

04503029

202504



हायर सेकेण्डरी मुख्य परीक्षा वर्ष - 2025

Higher Secondary Examination (Main) - 2025

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total Printed
Pages :
16

Total
Questions :
23

Time :
3 Hours

Maximum
Marks :
80

ग किसी भी प्रश्न के अंग्रेजी और हिंदी संस्करणों के बीच विसंगति के मामले में हिंदी संस्करण को अंतिम माना जाएगा।
In case of discrepancy between the English and Hindi versions of any question, the Hindi version will be treated as final.

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक का प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक का प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक का प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Instructions :

- (i) All the questions are **compulsory**.
- (ii) Subquestions of Question Nos. 1 to 5 carry 1 mark each.
- (iii) Question Nos. 6 to 15 carry 2 marks each.
- (iv) Question Nos. 16 to 19 carry 3 marks each.
- (v) Question Nos. 20 to 23 carry 4 marks each.



1 सही विकल्प चुनकर लिखिए :

1×6=6

(i) यदि फलन $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 3x$ द्वारा परिभासित है, तो

- (a) f एकेकी आच्छादक है।
- (b) f बहुएक आच्छादक है।
- (c) f एकेकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।
- (d) f न तो एकेकी है और न ही आच्छादक है।

(ii) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान है :

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (a) $\frac{\pi}{3}$ | (b) $\frac{3\pi}{4}$ |
| (c) $\frac{2\pi}{3}$ | (d) $-\frac{\pi}{3}$ |

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$, तो α का मान है :

- | | |
|----------------------|---------------------|
| (a) $\frac{\pi}{6}$ | (b) π |
| (c) $\frac{3\pi}{2}$ | (d) $\frac{\pi}{3}$ |

(iv) यदि $\begin{vmatrix} 1 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$, तो x का मान है :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (a) 0 | (b) ± 1 |
| (c) $\pm\sqrt{3}$ | (d) $\pm\sqrt{2}$ |

(v) यदि \vec{a} तथा \vec{b} दो शून्येतर सदिश हैं तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, तब इन दोनों सदिशों के बीच का कोण होगा :

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| (a) $\theta = \frac{\pi}{2}$ | (b) $\theta = 0$ |
| (c) $\theta = \pi$ | (d) $\theta = \frac{\pi}{4}$ |

(vi) यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है तो प्रत्येक पासे पर विषम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता होगी :

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (a) 0 | (b) $\frac{1}{3}$ |
| (c) $\frac{1}{18}$ | (d) $\frac{1}{36}$ |



Choose and write the correct option :

2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1×6=6

- (i) यदि $y = \log(\log x)$, $x > 1$, तो $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (ii) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6 \text{ cm}$ पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर $\underline{\hspace{2cm}}$ है।
- (iii) यदि $-1 \leq x \leq 1$, तो $\sin(\sin^{-1}x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- (iv) यदि एक रेखा की दिक्कोसाइन l, m, n हैं, तो $l^2 + m^2 + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
- (v) यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो, तो अवयव $(1, 2)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या $\underline{\hspace{2cm}}$ है।
- (vi) त्रिभुज की तीनों भुजाओं को क्रम में लेने पर उनका सदिश योग $\underline{\hspace{2cm}}$ होता है।

Fill in the blanks :

- (i) If $y = \log(\log x)$, $x > 1$, then $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (ii) The rate of change of the area of a circle with respect to its radius at $r = 6 \text{ cm}$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (iii) If $-1 \leq x \leq 1$, then $\sin(\sin^{-1}x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (iv) If l, m, n are the direction cosine of a line, then $l^2 + m^2 + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (v) If $A = \{1, 2, 3\}$, then number of equivalence relation containing $(1, 2)$ is $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (vi) The vector sum of the three sides of a triangle taken in order is $\underline{\hspace{2cm}}$.



3 सत्य या असत्य लिखिए :

1×6=6

- (i) यदि एक फलन f व्युत्क्रमणीय है, तो f अनिवार्यतः एककी तथा आच्छादक होता है।
- (ii) यदि $A' = -A$ है, तो A एक सममित आव्यूह है।
- (iii) किसी वर्ग आव्यूह का व्युत्क्रम आव्यूह, यदि उसका अस्तित्व है तो अद्वितीय होता है।
- (iv) x के सापेक्ष $\sec^2 x$ का अवकल गुणांक $\tan x$ होता है।
- (v) यदि A कोटि 2 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो $\det(A^{-1}) = \det(A)$
- (vi) यदि A एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है तब $|A| = 0$ होता है।

Write True or False :

- (i) If a function f is invertible, then f must be one-one and onto.
- (ii) If $A' = -A$, then A is a symmetric matrix.
- (iii) Inverse of a square matrix, if it exists, is unique.
- (iv) The differential coefficient of $\sec^2 x$ with respect to x is $\tan x$.
- (v) If A is an invertible matrix of order 2, then $\det(A^{-1}) = \det(A)$.
- (vi) If A is a singular matrix, then $|A| = 0$.



4 सही जोड़ी बनाइये :

$1 \times 7 = 7$

सत्यम् 'अ'

सत्यम् 'ब'

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

(a) $\log|\sin x| + c$

(ii) $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx$

(b) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2 - 9} - \frac{9}{2}\log|x + \sqrt{x^2 - 9}| + c$

(iii) $\int \tan x dx$

(c) $\operatorname{cosec}^{-1} x$

(iv) $\int \cot x dx$

(d) $\log|x + \sqrt{x^2 - 9}| + c$

(v) $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$

(e) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$

(vi) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$

(f) $\log|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$

(vii) $\tan\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}\right), x > 1$

(g) $\log|\sec x| + c$

का सरलतम रूप



Match the correct pair :

Column 'A'

(i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

(ii) $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx$

(iii) $\int \tan x dx$

(iv) $\int \cot x dx$

(v) $\int \sqrt{x^2 - 9} dx$

(vi) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$

(vii) simplest form of

$$\tan\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}\right), x > 1$$

Column 'B'

(a) $\log|\sin x| + c$ (1)

(b) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2 - 9} - \frac{9}{2}\log|x + \sqrt{x^2 - 9}| + c$ (5)

(c) $\operatorname{cosec}^{-1}x$ (2)

(d) $\log|x + \sqrt{x^2 - 9}| + c$ (6)

(e) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2}\log|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$ (2)

(f) $\log|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$ (7)

(g) $\log|\sec x| + c$ (3)



5 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए :

1×7=7

- (i) $f(x) = |x|, x \in R$ द्वारा प्रदत्त फलन f का निम्नतम मान लिखिए।
- (ii) यदि $P(B) = 0.5$ और $P(A \cap B) = 0.32$, तो $P(A/B)$ का मान लिखिए।
- (iii) अदिश आव्यूह की परिभाषा लिखिए।
- (iv) $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{k} + (\hat{j} \times \hat{k}) \cdot \hat{i}$ का मान लिखिए।
- (v) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, तो $|adj(A)|$ का मान लिखिए।
- (vi) $\tan^{-1} x$ की मुख्य मान शाखा का परिसर लिखिए।
- (vii) अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = x^2 - 2x$ से प्रदत्त फलन f वर्धमान है।

Give answer in one word / sentence each :

- (i) Write the minimum value of the function f given by $f(x) = |x|, x \in R$.
- (ii) If $P(B) = 0.5$ and $P(A \cap B) = 0.32$, then write the value of $P(A/B)$.
- (iii) Write definition of scalar matrix.
- (iv) Write the value of $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{k} + (\hat{j} \times \hat{k}) \cdot \hat{i}$.
- (v) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then write the value of $|adj(A)|$.
- (vi) Write the range of principal value of $\tan^{-1} x$.
- (vii) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 2x$ is increasing.



- 6 सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R 2
सममित है किन्तु न तो स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है।

Show that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$
is symmetric but neither reflexive nor transitive.

अथवा / OR

मान लीजिए कि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा माना $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$
 A से B तक एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।

Let $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ and let $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ be a
function from A to B . Show that f is one-one.

- 7 सिद्ध कीजिए $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$. 2

Prove that $3\cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

अथवा / OR

$\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$.



8 यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$ है, तो x तथा y के मान ज्ञात कीजिए।

2

If $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, find the value of x and y.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम सममित आव्यूह है।

Show that the matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ is a skew symmetric matrix.

9 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ का सहखंडज ज्ञात कीजिए।

2

Find adjoint of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

अथवा / OR

सारणिक का प्रयोग करके एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (1, 0), (6, 0) और (4, 3) हैं।

Find the area of the triangle whose vertices are (1, 0), (6, 0) and (4, 3) using determinants.



10 यदि $2x + 3y = \sin y$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

If $2x + 3y = \sin y$, then find $\frac{dy}{dx}$.

अथवा / OR

यदि $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

If $x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$, then find $\frac{dy}{dx}$.

11 $\int \cos^2 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $\int \cos^2 x dx$.

अथवा / OR

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$.

12 सत्यापित कीजिए कि फलन $y = e^{-3x}$ अवकल समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$ 2
का एक हल है।

Verify that the function $y = e^{-3x}$ is a solution of the differential

equation $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = -4xy^2$.



- 13 सदिश \vec{PQ} के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ विंदु P और Q क्रमशः $(1, 2, 3)$ 2
और $(4, 5, 6)$ हैं।

Find the unit vector in the direction of vector \vec{PQ} , where P and Q are the points $(1, 2, 3)$ and $(4, 5, 6)$ respectively.

अथवा / OR

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का, सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए।

Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector
 $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$.

- 14 सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

अथवा / OR

यदि एक मात्रक सदिश \vec{a} के लिए $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 12$ हो, तो $|\vec{x}|$ ज्ञात कीजिए।

Find $|\vec{x}|$, if for a unit vector \vec{a} , $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 12$.



- 15 विंदु $(5, 2, -4)$ से जाने वाली तथा सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ के समान्तर रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

Find the vector equation of the line passing through the point $(5, 2, -4)$ and which is parallel to the vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$.

अथवा / OR

दिखाइये कि रेखाएँ $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ और $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ परस्पर लंब हैं।

Show that the lines $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ and $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ are perpendicular to each other.

- 16 एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे वृत्तों में 4 cm/s की गति से चलती हैं। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 cm है, तो उस क्षण घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है? 3

A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4 cm/s . At the instant, when the radius of the circular waves is 10 cm , how fast is the enclosed area increasing?

अथवा / OR

वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ द्वारा प्रदत्त फलन f ,

(a) वर्धमान (b) छासमान है।

Find the intervals in which the function f given by

$f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ is (a) increasing (b) decreasing.

- 17 समाकलन के उपयोग से वृत्त $x^2 + y^2 = 16$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

Using integration find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 16$.

अथवा / OR

समाकलन के उपयोग से दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Using integration find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.



- 18 निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$Z = 3x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए:

$$x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$$

$$\text{Maximise } Z = 3x + 4y$$

Subject to the constraints :

$$x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा / OR

- निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$Z = -4x + 3y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए:

$$x + 2y \leq 8, 3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$$

$$\text{Minimize } Z = -4x + 3y$$

Subject to the constraints :

$$x + 2y \leq 8, 3x + 2y \leq 12, x \geq 0, y \geq 0$$

- 19 एक थैले में 3 लाल और 3 काली गेंदें हैं और एक अन्य थैले में 4 लाल और 5 काली गेंदें हैं। दोनों थैलों में से एक को यादृच्छया चुना जाता है और उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो कि लाल है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि गेंद पहले थैले से निकाली गई है?

A bag contains 3 red and 3 black balls and another bag contains 4 red and 5 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag.

अथवा / OR

एक पासे को एक बार उछाला जाता है। घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है' को E से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है' को F से निरूपित किया जाए, तो बताइए क्या घटनाएँ E और F स्वतंत्र हैं?

A die is thrown once. If E is the event 'the number appearing is a multiple of 3' and F be the event 'the number appearing is even', then find whether E and F are independent?



20 यदि $y = \sin^{-1} x$ है, तो दर्शाइए कि $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ 4

If $y = \sin^{-1} x$, then show that $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$.

अथवा / OR

K के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} \frac{K \cos x}{\pi - 2x}, & \text{यदि } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{यदि } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन $x = \frac{\pi}{2}$ पर संतत है।

Find the values of K so that the function defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{K \cos x}{\pi - 2x}, & \text{if } x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$.

21 मान ज्ञात कीजिए : 4

Evaluate :

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए :

Evaluate :

$$\int \frac{x e^x}{(1+x)^2} dx$$



22 अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 (x \neq 0)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 (x \neq 0).$$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $(x^2 - y^2)dx + 2xy dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of the differential equation

$$(x^2 - y^2)dx + 2xy dy = 0.$$

23 रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x+3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ and

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}.$$

अथवा / OR

रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और

$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and } \vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}).$$

